Т. В. Зыкова

Сибирский федеральный университет,

zykovatv@mail.ru

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МЕЛЛИНА МОНОМИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрим *каноническую приведенную* систему n полиномиальных уравнений:

$$y_i^{m_i} + \sum_{\lambda \in \Lambda^{(i)}} x_\lambda^{(i)} y^\lambda - 1 = 0,\, i = 1, \ldots, n. \tag{1}$$

Обозначим через Λ дизъюнктное объединение множеств $\Lambda^{(i)}$ и пусть $N = \#\Lambda$ – число коэффициентов в системе (1). Множество коэффициентов системы (1) пробегает векторное пространство $\mathbb{C}^\Lambda \cong \mathbb{C}_x^N$, в котором координаты точек $x = (x_\lambda)$ индексируются элементами $\lambda \in \Lambda$.

Составим матрицу

$$\Psi = \left(\Lambda^{(1)}, \ldots, \Lambda^{(n)}\right) = \left(\lambda^1, \ldots, \lambda^N\right),$$

столбцами которой являются векторы $\lambda^k = \left(\lambda_1^k, \ldots, \lambda_n^k\right)$ из показателей мономов системы (1). Имеется ввиду, что блоки $\Lambda^{(i)}$ нумеруются в соответствии с нумерацией уравнений системы (1), а нумерация столбцов внутри каждого из блоков произвольная, но фиксированная. Строки этой матрицы обозначим $\psi_i,\ i = 1, \ldots, n$. Обозначим через $\chi^{(i)}$ характеристические функции подмножеств $\Lambda^{(i)} \subset \Lambda$, отождествим $\chi^{(i)}$ с векторами, имеющими координаты $\left(\chi^{(i)}(\lambda)\right)_{\lambda \in \Lambda}, i = 1, \ldots, n$. Также будем рассматривать матрицу $\tilde{\Psi}$, строки которой есть векторы $\tilde{\psi}_i = \psi_i - m_i \chi^{(i)},\ i = 1, \ldots, n$.

Рассмотрим мономиальную функцию

$$\frac{1}{y^{\mu}(-x)} := \frac{1}{y_1^{\mu_1}(-x)\cdots y_n^{\mu_n}(-x)},\ \mu_i > 0,$$

составленную из координат $y_j(-x)$ ветви решения системы уравнений (1), выделенной условиями $y_i(0) = 1$, $i = 1, \ldots, n$, для которой прямое преобразование Меллина определено интегралом

$$M\left[\frac{1}{y^{\mu}(-x)}\right](z) = \int\limits_{\mathbb{R}_+^N} \frac{1}{y^{\mu}(-x)} x^{z-I} dx, \tag{2}$$

где $x^{z-I} = x_1^{z_1-1}\cdots x_N^{z_N-1}$, $dx = dx_1\cdots dx_N$.

В [1] доказана

Теорема. *Преобразование Меллина, определенное интегралом* (2), *равно*

$$\prod_{i=1}^{n} \frac{\prod\limits_{\lambda\in\Lambda^{(i)}} \Gamma(z_\lambda)\Gamma\left(\frac{\mu_i}{m_i} + \frac{1}{m_i}\left\langle\tilde{\psi}_i, z\right\rangle\right)}{\Gamma\left(\frac{\mu_i}{m_i} + \frac{1}{m_i}\langle\psi_i, z\rangle + 1\right)} Q(z),$$

где $Q(z)$ *– полином вида*

$$\sum_{q=0}^{n}\sum_{|I|=q}\sum_{\tau\in\Lambda^I} z_\tau \begin{vmatrix} \left(1-\frac{\tau_{i_1}^{i_1}}{m_{i_1}}\right) & \cdots & -\frac{\tau_{i_q}^{i_1}}{m_{i_1}} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -\frac{\tau_{i_1}^{i_q}}{m_{i_q}} & \cdots & \left(1-\frac{\tau_{i_q}^{i_q}}{m_{i_q}}\right) \end{vmatrix} \prod_{i\notin I}\left(\frac{\mu_i}{m_i}+\frac{1}{m_i}\left\langle\tilde{\psi}_i, z\right\rangle\right),$$

здесь I *– упорядоченный набор* $1 \leqslant i_1 < \ldots < i_q \leqslant n$, $\tau = \left(\tau^{i_1}, \ldots, \tau^{i_q}\right)$ *– элемент произведения множеств* $\Lambda^I = \Lambda^{(i_1)} \times \ldots \times \Lambda^{(i_q)}$.

Интеграл (2) *сходится для всех* z *из области* $U + i\mathbb{R}^N$, *где* U *– это открытое множество*

$$U = \left\{u \in \mathbb{R}_+^N :\ \mu_i + \left\langle\tilde{\psi}_i, u\right\rangle > 0,\ i = 1, \ldots, n\right\}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Antipova I. A., Zykova T. V. *Mellin transform for monomial functions of the solution to the general polynomial system* // J. Siberian Federal Univ. Mathematics & Physics. – 2013. – V. 6. – № 2. – P. 475–486.

Ю. Е. Иванова, В. Е. Рагозина

Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН,

ivanova@iacp.dvo.ru, ragozina@vlc.ru

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЛОСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН В НЕЛИНЕЙНО-УПРУГИХ СЛАБО НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Аналитические решения задач ударного деформирования в твердом теле имеют большое значение как чисто теоретическое, так и прикладное, поскольку именно они позволяют сделать заключения общего характера относительно механизмов движения и изменения волновых фронтов и формирования напряженно-деформационных полей за каждым волновым фронтом. За исключением краевых задач автомодельного типа нелинейность задач ударного деформирования не допускает точных аналитических решений и одновременно возрастает роль приближенных теоретических методов, таких, как методы малого параметра. На основе метода сращиваемых асимптотических разложений ранее было показано, что плоские продольные и поперечные (в несжимаемых средах) ударные волны в главном могут быть описаны на основе эволюционных волновых уравнений [1]. Данные уравнения определяют поведение